

## CRITERI DI INDAGINE DEGLI SPAZI VOLTATI NELL'AMBITO DELL'ARCHITETTURA STORICA E IN ARCHEOLOGIA

*Luca Cipriani, Filippo Fantini, Silvia Bertacchi\**

\* DA - Dipartimento di Architettura, Alma Mater Studiorum Università di Bologna - Bologna, Italia.

### Abstract

Lo studio degli spazi voltati nell'ambito dell'architettura storica è un tema di grande interesse, che da sempre vede impegnati vari studiosi afferenti ad ambiti disciplinari diversi, dall'archeologia, alla storia dell'arte, alla conservazione. In tale contesto interdisciplinare molto spesso il ruolo di ingegneri ed architetti, che si occupano di indagare le matrici geometriche alla base della progettazione di tali spazi, viene relegato ad un ruolo accessorio rispetto a quello dei conservatori, che materialmente si occupano delle pratiche di manutenzione e di restauro.

Con l'avanzare delle tecnologie di rilevamento, che spaziano con sempre maggiore affidabilità dalla documentazione dei caratteri morfologici superficiali a quelli più intrinseci alla base dei manufatti, quale può essere il ruolo attuale di chi si occupa di comprendere il progetto che generò tali ambienti? In altri termini, quel vasto patrimonio immateriale che sta alla base della concezione progettuale di un manufatto, specialmente se scaturito da una raffinata conoscenza matematica e geometrica, ha oggi un ruolo riconoscibile e sufficientemente autorevole rispetto all'ammontare di conoscenze tecniche che permettono alle "macchine" di funzionare?

Con questo contributo si intende mostrare come l'integrazione di vari *know-how* legati sia alla modellazione *reality-based* che alla conoscenza dei criteri e degli strumenti di progettazione del passato, possa fornire un input sostanziale per l'intervento e per la conoscenza di manufatti caratterizzati da una evidente complessità geometrica e costruttiva. Per ricaduta si intende poi mostrare come la documentazione fine a se stessa, per quanto accurata, certificata e garantita attraverso le più avanzate tecnologie e metodologie integrate, non si configuri come base di scambio e di dialogo interdisciplinare.

### Keywords

Reverse modelling, Geometria, Conservazione, Archeologia, Architettura storica

### *1. Cupole e volte: influenze progettuali e stilistiche dall'Epoca Imperale Romana al Rinascimento*

Nel presente studio verranno indagati due esempi di cupole, appartenenti ad ambiti temporali distanti e pertanto caratterizzati da differenti stati di conservazione, così come da differenti competenze progettuali che portarono alla loro generazione, nonché da tecniche costruttive distinte. Il primo esempio, cronologicamente più remoto, riguarda la cupola di uno spazio assai singolare a pianta centrale di Villa Adriana a Tivoli, risalente alla prima metà del II secolo d.C.; il secondo e più celebre esempio risale al Rinascimento ed è una delle opere più importanti prodotte da Filippo Brunelleschi, la Cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze.

Il confronto, che ad una prima impressione potrebbe apparire ardito e privo di un denominatore comune sufficientemente forte da giustificarlo, presenta in realtà una vasta serie di aspetti funzionali a questo studio, che intende illustrare due estremi, due casi limite rispetto ai quali circoscrivere il “dominio applicativo” delle metodologie di indagine esposte.

Ma non solo. Infatti, esiste un sottile filo rosso che unisce questi due esempi, che molto spesso (e talvolta troppo genericamente) vengono associati in un rapporto di causalità e di influenza, che però non va quasi mai oltre l’elencazione di elementi comuni.

È noto che Filippo Brunelleschi a partire dal 1402, insieme a Donatello, si recò a Roma per effettuare studi, rilievi e in definitiva per trarre ispirazione per i suoi progetti, dagli edifici classici più famosi. Questi presentano numerosi tratti in comune con l’opera magna del celebre architetto-ingegnere toscano, il quale andava alla ricerca di esempi costruttivi analoghi alla cupola di Santa Maria del Fiore (Corazzi R., Conti G., 2011, p. 48).

Notoriamente la costruzione di una cupola circolare pone meno problematiche rispetto ad una cupola di pari dimensioni ma impostata su di una base poligonale. Tale consapevolezza, che sicuramente in Brunelleschi era ben chiara, avrà certamente indirizzato i suoi interessi durante la permanenza romana verso questo genere di edifici, al fine di comprendere le leggi geometriche che regolano il passaggio delle superfici voltate da discreto a continuo.

Il Pantheon, edificato sotto l’Imperatore Adriano nello stesso luogo di un precedente ed analogo edificio costruito da Agrippa fra il 27 ed il 25 a.C., pare che abbia dimostrato a Brunelleschi la possibilità di poter edificare una cupola che, anche in assenza di una terminazione in corrispondenza della sommità della calotta sferica, potesse auto-sostenersi. In realtà, altri due edifici, uno precedente al Pantheon adrianeo, e l’altro successivo, presentavano degli aspetti progettuali che indubbiamente potrebbero aver interessato Brunelleschi, poiché erano accomunati da una caratteristica di grande interesse per il completamento della cupola del Duomo fiorentino: la Domus Aurea ed il cosiddetto Tempio di Minerva Medica. Entrambi gli edifici presentano infatti cupole impostate su poligoni regolari, la prima su di un ottagono, la seconda su di un decagono che in altezza si trasformano in profili circolari.

Ma l'accostamento fra i casi di studio di seguito presentati non si limita a questo problema di tipo geometrico, che poi si traduce in termini costruttivi, ma riguarda anche un aspetto stilistico che evidentemente interessò la produzione architettonica brunelleschiana: infatti, le numerose cupole a ombrello costruite a Firenze dall'architetto trovano a Villa Adriana fra i più noti precursori. Basti pensare al vestibolo di accesso della Piazza d'Oro (Fig. 1), che presenta uno dei primi esempi di cupola a "creste e vele", del tutto simile a quelle quattrocentesche della Cappella Pazzi, di Santo Spirito e della Sagrestia Vecchia di San Lorenzo a Firenze, con l'unica eccezione dell'imposta circolare invece che ottagonale.



**Fig. 1:** Vestibolo di accesso a Piazza d'Oro, Villa Adriana (Tivoli, Roma). Elaborazione dell'elevato delle rovine tramite programmi di modellazione Structure from Motion e relativa mappatura superficiale dell'aspetto materico. Elaborazione A. Argentati, G. Ardovino, A. Barsottini, F. M. Pozzi, A. Raffa, V. Romano nel workshop *Rilievo archeologico-modellazione reality based*. Tivoli (Roma), 26-30 agosto 2013, Accademia Adrianea di Architettura e Archeologia.

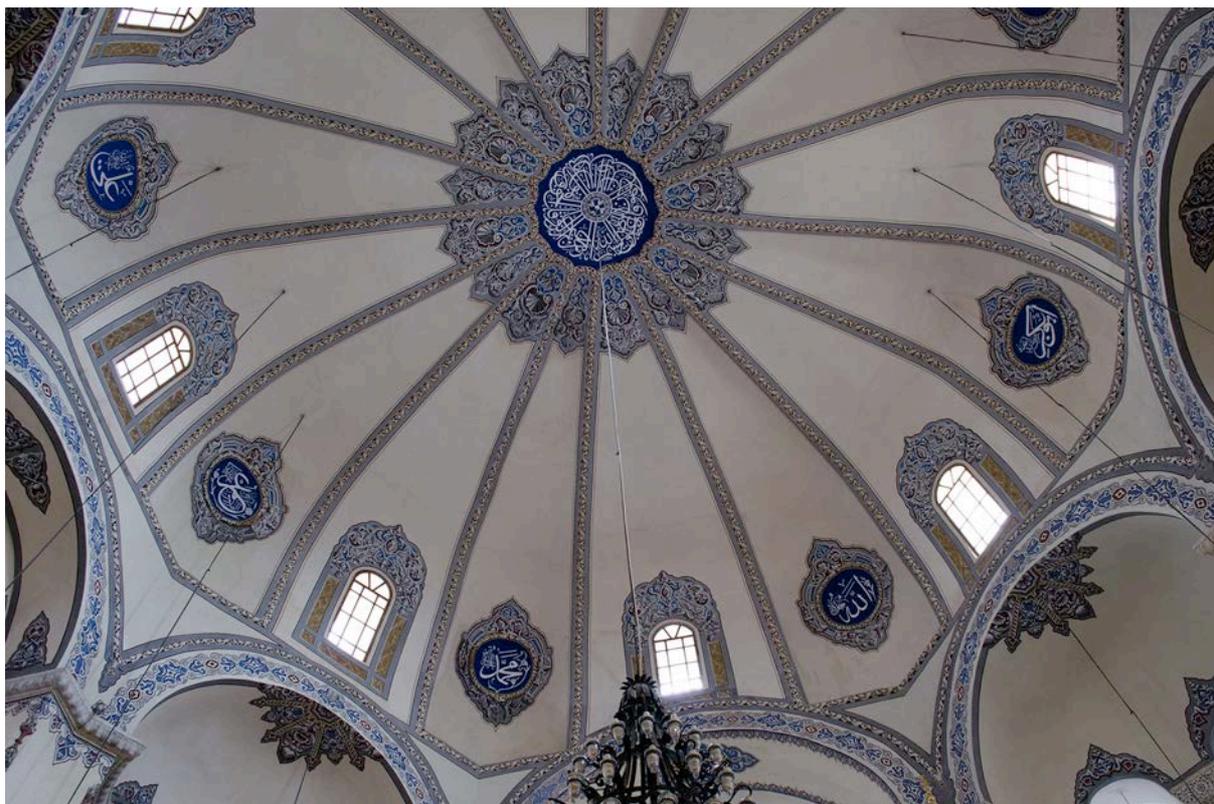
In realtà, il legame fra Adriano e Brunelleschi è ben più stretto di quanto si pensi: il primo viene descritto dalle fonti antiche, oltre che come grande statista, anche come un Imperatore

“architetto”, impegnato a promuovere l’immagine del proprio principato attraverso una personale reinterpretazione di canoni estetici precedenti.

Le costruzioni adrianee non sono solo architetture di stato, che recepiscono in modo passivo i dettami stilistici provenienti da oriente come nel caso del suo predecessore Traiano, il quale affidò le sue più grandi opere di architettura e di ingegneria ad Apollodoro da Damasco. L’interesse diretto di Adriano per l’architettura è testimoniato dalla sua opera più importante, la Villa tiburtina, nella quale egli stesso volle imprimere un segno personale, legato alle proprie esperienze politiche ed umane, nonché a quello che probabilmente era un suo vero e proprio motivo di orgoglio, ovvero l’edificazione di nuove ed avveniristiche cupole. Cassio Dione riporta un aneddoto che unanimemente è stato ricondotto all’intese di Adriano per la progettazione della cupole ad ombrello, le cui forme stravaganti gli procurarono l’aspra critica dell’architetto favorito dal suo predecessore, Apollodoro. L’architetto nabateo infatti riteneva Adriano un dilettante della progettazione e giudicò con disprezzo i suoi disegni (o modelli) di cupole, molto probabilmente di forma ad ombrello: *“Vattene via! Vai a disegnare le tue zucche. Di architettura tu non hai mai capito niente!”* (Rathbone D., 2008).

Tutti i luoghi nei quali Adriano ha risieduto sono indissolubilmente legati ad uno sviluppo repentino di tecniche edilizie e di sperimentazioni formali, che nelle cupole trovano una sorta di epicentro concettuale: la presenza di Adriano lasciò il suo segno oltre nella Villa di Tivoli anche a Baia, in Campania. Nel luogo scelto da Adriano per trascorrere i suoi ultimi anni è ben evidente il suo interesse per le cupole, che ben si esprime nel Tempio di Venere e nella singolare aula ad andamento mistilineo addossata all’edificio principale nell’ala sud-ovest.

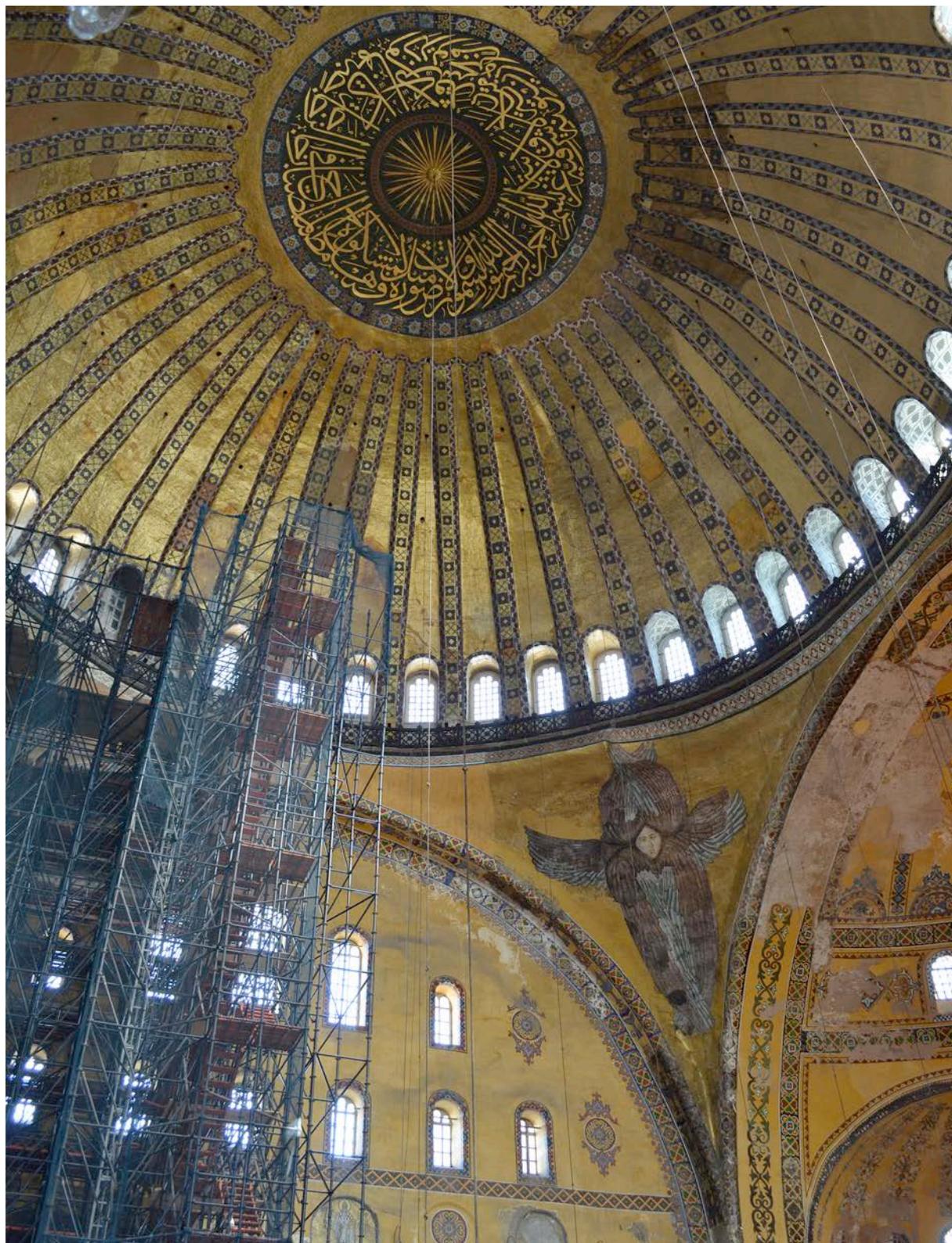
Gli esempi di cupole del II secolo d.C. di Baia, ai quali è doveroso aggiungere le successive costruzioni di età severiana come l’ampia cupola ogivale del tempio di Diana ed il c.d. tempio di Minerva Medica negli Orti Liciniani a Roma, sono quindi in stretta relazione con le sperimentazioni che proliferano sotto Adriano e che continuano a svilupparsi, anche tecnologicamente, in epoca Tardo Antica (Di Tondo S., Fantini F., 2012), come dimostrato dagli esempi bizantini di Santi Sergio e Bacco (Fig. 2), dall’aula a pianta esagonale del palazzo di Antioco ed in certa misura anche da Santa Sofia a Costantinopoli (Fig. 3), la cui prima versione presentava evidenti caratteri comuni con esempi di epoche precedenti, riscontrabili principalmente nell’andamento molto ribassato, quasi “acquattato” della cupola.



**Fig. 2:** L'ex-chiesa bizantina di Istanbul dedicata ai Santi Sergio e Bacco, oggi una moschea, nota come Küçük Aya Sofya Camii, ovvero Piccola Santa Sofia. Foto di F. Fantini.

Sarebbe pertanto auspicabile una riflessione integrata su questi spazi a pianta centrale, ad una scala più ampia, diremmo “mediterranea”, a maggior ragione se condotta con gli attuali sistemi di rilevamento che, permettendo di registrare i più minuti dettagli dei monumenti, garantirebbero una maggiore affidabilità degli elaborati bidimensionali sui quali eseguire accurate analisi metrologiche e geometriche.

In tal senso, le sperimentazioni sui casi di studio qui proposti prospettano una metodologia di indagine basata su di un doppio registro: uno di natura informatica, l'altro di natura culturale. Il primo si basa su l'implementazione di tecniche di *reverse modelling* per l'estrazione di informazioni metriche e geometriche di particolari sezioni degli edifici analizzati; il secondo si fonda sulla convinzione che solo attraverso un'“immedesimazione” negli aspetti scientifici, estetici, tecnologici e in definitiva pratici della progettazione e dell'esecuzione tipici di un determinato periodo storico, sia possibile interpretare i risultati di rilevamenti tanto dettagliati. In altri termini, in assenza di una guida di natura “culturale” può esistere solo una documentazione quantitativa e non qualitativa di un manufatto.



**Fig. 3:** Basilica di Santa Sofia a Istanbul, museo dal 1931. Vista della celebre cupola. Foto di F. Fantini.

Ma l'intervento sui Beni Culturali oggi più che mai ha bisogno di competenze trasversali e qualificate e, soprattutto, culturalmente indirizzate verso la produzione di elaborati tecnici

che favoriscano l'interdisciplinarietà, evitando quella chiusura culturale che purtroppo caratterizza lo spirito di molte ricerche “*technology driven*”.

## 2. Una panoramica sul lessico degli strumenti per la rappresentazione del progetto

Lo studio degli spazi voltati antichi è un compito difficoltoso, non solo per la complessità intrinseca relativa alla forma di certi ambienti, ma perché cupole e volte, più di altri elementi costitutivi dell'architettura, presuppongono una conoscenza più approfondita rispetto ad altre tipologie costruttive di informazioni tecniche e scientifiche associate alla professione dell'architetto e alla sua formazione. Notoriamente le fonti dirette vengono portate ad esempio circa lo “stato dell'arte” di alcune epoche; in tal senso è obbligatorio, e quasi “tradizionale”, citare Vitruvio per il mondo classico, Villard de Honnecourt per quello Medioevale, mentre dall'Umanesimo in poi, complice la maggiore vicinanza temporale, la gamma di citazioni si allarga ad un numero ben più ampio di autori. Ma se prendiamo ad esempio il solo mondo classico e Vitruvio quale unico “divulgatore” esperto di progettazione del Mondo Antico, si è costretti ad ammettere l'evidente limite del suo trattato, non tanto in termini culturali come spesso evidenziato da più autori (Pollione V., 2002), quanto piuttosto in termini temporali e tecnologici. Infatti scrivendo nella seconda metà del I secolo a.C., l'autore risulta assai distante dall'epoca d'oro della costruzione dei più celebri spazi voltati romani elencati precedentemente. La tecnologia delle volte in *opus caementicium*, così come l'abilità nella costruzione di centine che si viene a sviluppare in età imperiale matura (Rabun T., 2003, pp. 175-211), rimaneva quindi completamente estranea alle conoscenze di Vitruvio.

Le fonti classiche sono molto poche in merito agli strumenti, sia teorici che pratici, che venivano impiegati per la progettazione architettonica ed è quindi necessario rivolgersi verso altre tipologie di documenti come i resti epigrafici, le incisioni ed i modelli che ci sono pervenuti, sebbene in modo frammentario e non coerente. E ciò è vero a maggior ragione per quei momenti storici di passaggio o di evoluzione che contraddistinguono la progettazione di architetture innovative, rispetto alle quali la trasmissione di conoscenze consolidate come quelle contenute nel *De architettura* non possono essere di grande supporto.

Un parallelismo è però possibile con quanto avvenne in occasione di epoche storiche a noi più vicine, poiché sia il mondo bizantino che il Medio Evo, e per certi versi anche il Rinascimento, lasciano ampie “voragini” conoscitive che sono imputabili a ragioni molto diverse. La prescrizione di non divulgare al di fuori del proprio ambito professionale, o addirittura familiare, le tecniche costruttive e progettuali necessarie alla realizzazione delle grandi chiese Medioevali è proverbiale, come dimostrato dall’ampia letteratura in proposito (Brivio E., 1993; Ascani V., 1997; Quintavalle A.C., 2002).

Similmente, anche le vicende della costruzione della Cupola di Santa Maria del Fiore, vedono la figura di Filippo Brunelleschi detentore della riservatezza professionale tipica del cantiere e della bottega medioevale (nelle quali si era formato) e dell’innovazione tecnologica e stilistica per la quali è più universalmente noto. Emblematica in tal senso è la notizia riportata dal suo biografo Antonio Manetti, secondo il quale Brunelleschi ricorreva ad una inesauribile quantità di modelli effimeri realizzata in modo estemporaneo, ricordando la sua abitudine ad intagliare le rape con il coltello per spiegare ai muratori come inclinare i filari di mattoni<sup>1</sup>.

Anche se la tradizione vitruviana diffidava dall’utilizzo del modello in scala, vista la non concordanza del comportamento statico in rapporto all’edificio reale, il modello era da sempre lo strumento di verifica e rappresentazione spaziale del manufatto, oltre a divenire molto utile per l’illustrazione dell’idea di progetto ai non addetti ai lavori e ai non esperti di disegno. Nella Firenze quattrocentesca la pratica di costruire modelli era assai diffusa, specialmente riguardanti le idee progettuali per il più grande ed importante cantiere dell’epoca, la cupola di Santa Maria del Fiore.

Alcuni di questi modelli realizzati in legno, tradizionalmente attribuiti a Filippo Brunelleschi, sono giunti fino a noi<sup>2</sup>: uno rappresenta la cupola con il tamburo e parte delle tribune in scala 1:50, e secondo gli studiosi pare che sia coevo alla costruzione dell’opera (1420-1440).

---

<sup>1</sup> “... e in vero lo servivan molto quelle rape grandi, che vengono la vernata in mercato, che si chiamano calicioni, a fare i modegli piccoli ed a mostrare loro”. Manetti A., 1927, p. 54.

<sup>2</sup> Gli altri modelli lignei costruiti per la decorazione di rivestimento della parte esterna del tamburo a seguito del concorso del 1507 sono attualmente conservati presso Museo dell’Opera di Santa Maria del Fiore e furono proposti da importanti artisti dell’epoca. Citiamo in particolare il modello attribuito a Simone del Pollaiuolo detto il Cronaca, Giuliano da Sangallo e Baccio d’Agnolo: quest’ultimo si occupò effettivamente della costruzione del rivestimento di una vela, progetto in seguito abbandonato per le molteplici critiche ottenute dai concittadini. Al 1515 risale invece il modello in legno ancora esistente di Michelangelo Buonarroti, il quale proponeva una soluzione alternativa al tamburo dopo le aspre critiche al collega per la celebre “gabbia dei grilli”.

L'altro modello ligneo rappresenta la lanterna posta sulla parte terminale della cupola e viene descritto come "magnifico" dalle fonti (Vasari G., 2009): con tutta probabilità eseguito da Antonio di Manetto Ciacchieri, dovrebbe risalire al concorso del 1436 quando la giuria giudicò idoneo il progetto di Brunelleschi e rimase come riferimento fino al completamento dei lavori, forse con alcune modifiche dopo la morte dell'architetto e con un sicuro restauro al termine dell'anno 1449.

Per quanto riguarda la cupola, pare però che l'architetto fiorentino costruisse dei modelli in gran segreto o mai completamente espliciti, per il timore di far trapelare ai rivali le soluzioni costruttive frutto del suo genio, come ricorda Giorgio Vasari nelle *Vite*<sup>3</sup>. L'unico modello in muratura della cupola esistente al tempo era stato costruito nelle immediate vicinanze della cattedrale in seguito al concorso indetto nel 1418 e come indicazione generale per la costruzione della cupola. Aveva dimensioni di 2x4 m, abbastanza grandi da poter essere ispezionato anche all'interno per la valutazione del progetto, e secondo la documentazione fu distrutto nel 1431, quasi al termine dei lavori di costruzione e dopo che ne era stata chiesta una nuova copia a Ghiberti e Brunelleschi<sup>4</sup>.

Una notizia data da Giovan Battista Gelli narra che per delineare al meglio le curvature della cupola Brunelleschi avesse tracciato delle sezioni sul greto del fiume Arno, probabilmente in scala al naturale, in un'area appositamente spianata per il controllo e verifica delle caratteristiche geometriche salienti dell'opera (Fanelli G., Fanelli M., 2004, p. 29; Corazzi R., Conti G., 2011, p. 96).

Di fatto la consuetudine di disegnare a terra la vera grandezza della pianta era soprattutto pratica medievale, quando nel tracciato in pianta delle volte, in scala 1:1, si determinavano geometricamente tutti gli elementi necessari per la definizione dell'alzato, grazie all'intersezioni di archi e curve nei punti nodali della costruzione (Navarro Fajardo, 2006).

---

<sup>3</sup> "Stette molti mesi in Fiorenza, dove egli faceva segretamente modelli et ingegni, tutti per l'opera della cupola". Vasari G., 2009. Cfr. anche Corazzi R., Conti G., 2011, p. 78 che cita Manetti il quale afferma che Brunelleschi era poco chiaro nelle sue indicazioni in modo da rimanere indispensabile per la costruzione della cupola: «chi facevano il modello non intendessi ogni suo segreto, sperando cosa per cosa, quand'esse succedevano nell'opera propria farle fare bene e a punto».

<sup>4</sup> Guasti C., 1857, doc. 68; Cfr. Scolari M., 2005, p. 166.

L'indagine degli aspetti terminologici e lessicali, in ambito progettuale, è di particolare importanza per la comprensione delle metodologie messe in atto dagli architetti per affrontare il problema del disegno esecutivo. In questa direzione si è mosso un interessante studio di Carlo Inglese (2012) che individua nella triade *Syngraphai*, *Paradigma*, *Anagrapheus* il lessico greco alla base del binomio computo-esecuzione. Con *Syngraphai* si indicano descrizioni tecniche dettagliate, simili agli attuali computi metrici estimativi, mutuati da altre forme contrattuali come quelle stipulate in ambito mercantile. *Paradigma* ed *Anagrapheus* stanno invece ad indicare un altro genere di elaborati, i cui significati sfuggono ad una precisa comprensione o analogia con quanto avviene in ambito contemporaneo.

Infatti, come capita spesso con molte delle definizioni fornite da Vitruvio nel I libro del *De Architectura* dedicato agli aspetti teorici del progetto di architettura, i significati sembrano sovrapporsi e sfumarsi l'uno nell'altro. In ogni caso le due parole in questione, come testimoniano sia numerose incisioni in scala 1:1 e 1:2, sia disegni di piante e sezioni, nonché uno sparuto numero di modellini architettonici antichi, oscillano nel significato fra:

- disegno complessivo che raffigura una proiezione/sezione rilevante dell'edificio;
- modello in scala di un edificio o di una sua parte (nuova realizzazione o modifica, ampliamento, ecc.);
- sezione o modello di un elemento di dettaglio: sezione da "estrudere" per realizzare una modanatura, elemento plastico da riprodurre serialmente come una base di una colonna od un capitello.

In ambito medioevale è ancora possibile ritrovare numerosi esempi di questo genere di elementi di dettaglio, i "modani", che evidentemente testimoniano il persistere di metodi di esecuzione e di progettazione di particolari, trasversali rispetto alle diverse epoche. Il concetto non è distante da quello attuale di prototipo o di stampo.

Un esempio antico è stato ritrovato a Villa Adriana: si tratta di una vera e propria matrice per facilitare e velocizzare l'esecuzione di basi di colonne da realizzare in terracotta e da apporre sul nucleo in laterizio degli elementi di piedritto del grande portico del Pecile della Villa (Caprino C., 1999).

Sotto il profilo dei modelli architettonici illustrativi alla committenza o funzionali rispetto allo studio ed esecuzione di elementi di particolare complessità è opportuno citare il lavoro svolto da Pedro Azara (1997) che riunì in una mostra a Barcellona, *Las Casas del Alma, Maquetas arquitectónicas de la Antigüedad (5500 a.C./300 d.C.)*, la quasi totalità di modelli architettonici prodotti nel mondo antico, evidenziando le differenze presenti fra le raffigurazioni a carattere architettonico ed i veri e propri elaborati di natura tecnica per l'approvazione o la verifica del progetto. Come considerazione generale che riguarda questi ultimi manufatti, è evidente che con i termini *Paradigma* e *Anagrapheus* gli antichi intendevano un'ampia gamma di elaborati che probabilmente non soggiacevano ad una rigida codifica paragonabile con l'attuale.

I modelli ed i tracciati che sono sopravvissuti sono molte volte intenzionalmente incompleti, dato che spesso servivano per illustrare una determinata parte dell'edificio da sottoporre a modifica o completamento; in altri casi sono rappresentazioni schematiche simili ad una sorta di *key-plan*, che illustrava alla committenza gli aspetti generali dell'edificio<sup>5</sup>.

Intenti simili, ma espressi più esplicitamente e con maggiore fedeltà alle proporzioni reali, sono quelli che animarono i realizzatori della *maquette* necessaria ad illustrare l'*adyton* del tempio A di Niha, sempre in Libano. Quest'ultimo esempio è assai celebre poiché sulla superficie del modello realizzato in pietra, sono presenti dei veri e propri appunti tracciati dagli architetti per memorizzare le variazioni richieste dalla committenza. Il reperto venne rinvenuto nei pressi delle rovine di un modesto edificio, situato ai piedi della scalinata che conduce al Tempio A; questo piccolo edificio di servizio era probabilmente un'officina di marmorari che venne abbandonata una volta terminato l'edificio. Fra le annotazioni tracciate sul modello, una è particolarmente significativa poiché definisce il nome di un appunto tracciato probabilmente con uno stiletto sulla superficie della pietra calcarea con la quale venne realizzato il modellino: *prokéntema ady[tou]*. In greco *kéntema* significa stiletto, mentre *prokéntema* può tradursi: "ciò che è tracciato con uno stiletto" (Fantini F., 2008).

---

<sup>5</sup> Il modello della planimetria di tempio periptero esastilo rinvenuto ad Ostia, quello di edificio per spettacoli da Villa Adriana, raffigurano edifici interi in modo ibrido, sotto forma di "stiacciato". Il modello che raffigura parzialmente la *cavea* di un teatro romano, rinvenuto a Baalbek e attualmente custodito presso il Museo Archeologico di Beirut, sembra invece limitare la rappresentazione alla sola *ima cavea*, quasi dovesse illustrare una modifica pertinente alla sola zona più bassa delle gradinate.

In ambito latino la parola *exemplar* indica il modello architettonico di tipo illustrativo, la riproduzione in scala di un edificio; la parola viene impiegata con questa chiara finalità da Vitruvio nel X libro del *De Architectura* per descrivere un episodio nel quale fa riferimento all'illustrazione, da parte dell'architetto Callia, di una macchina contro gli assedi alla cittadinanza di Rodi.

### 3. Finalità e strumenti operativi per la progettazione nel mondo antico

Fin qua si sono esaminate le questioni lessicali relative ad un ampio lasso di tempo e che riguardano fondamentalmente gli ambiti del disegno esecutivo, del computo e delle figurazioni architettoniche con fini illustrativi o di memorizzazione di appunti e revisioni. Questi aspetti tangibili del progetto rappresentavano, ieri come oggi, la ricaduta di un raffinato apparato teorico, estetico e tecnico scientifico che emerge fin dal primo libro del trattato di Vitruvio. Come nel caso delle questioni lessicali riguardanti il disegno e la rappresentazione, nel mondo antico si creano le basi di un sapere che persisterà per secoli e che pervaderà a vario titolo tutta la teoria architettonica occidentale. Lo stesso Alberti che a più riprese nel suo trattato esprime numerose perplessità circa la chiarezza dell'esposizione dell'autore latino (Choay F., 1986), è comunque costretto a riconoscerne il valore universale. Si tratta adesso di comprendere in che misura i precetti teorici vitruviani possano fornire un aiuto alla comprensione e all'interpretazione di edifici che, come si è precedentemente accennato, presentano caratteri tecnici ed estetici ben lontani dagli spazi voltati di epoca Adrianea e successivi; e soprattutto quali implicazioni possano avere su architetture ben più lontane dal trattatista come quelle di epoca Rinascimentale.

Le operazioni alla base del tracciamento della pianta, delle sezioni, degli alzati, così come la verifica dell'immagine generale da conferire ad un determinato spazio seguirono per secoli la ben nota sequenza che Vitruvio identifica con la parola *dispositio* che a sua volta è formata da *ichnographia*, *orthographia*, *scaenographia*.

Questa terna vitruviana esprimeva idee, saperi e finalità che operativamente permettono di progettare e controllare sia il progetto sia la sua esecuzione.

Anche le cupole ideate e costruite dagli architetti dell'Imperatore Adriano sono espressione di questo *modus operandi* basato sulla suddivisione di un problema complesso come quello della progettazione attraverso una sua suddivisione in tre passaggi operativi che vanno intesi

non tanto come, il disegno della planimetria, il disegno della sezione e il disegno che ne fornisca una raffigurazione prospettica, bensì come, la progettazione planimetrica, la progettazione degli alzati, la progettazione “prospettica”. La distinzione è più che mai opportuna al fine di non confondere i termini *paradigma*, *anagrapheus*, *prokèntema* ed *exemplar* con questa ultima triade di parole.

L'*ichnographia* si esprime attraverso un tracciato planimetrico, ma è il prodotto di una concezione che riguarda il dimensionamento e la distribuzione degli ambienti, le funzioni che in essi si dovevano svolgere e le loro mutue relazioni. Allo stesso tempo l'*ichnographia* si occupava della determinazione dell'attacco a terra dell'edificio, cioè di come questi penetrava nel suolo e garantiva la base di appoggio per i piani superiori. Vitruvio ricorda come questa forma di ideazione/disegno venisse realizzata attraverso l'uso combinato di compasso e di squadra impiegando, inevitabilmente, una riduzione in scala. L'*orthographia*, l'alzato, veniva sviluppata come logica conseguenza della planimetria (*ichnographia*); con essa condivideva il sistema di proporzioni, che rendeva possibile l'ottenimento di una relazione esatta fra le “quantità” presenti nel piano orizzontale con quelle sul piano verticale: nel II secolo d.C. un edificio che più di altri esprime con chiarezza questa corrispondenza fra le due figure della *dispositio*, è proprio il Pantheon, che attraverso la figura geometrica della sfera, permette di comprendere l'esatto rapporto fra concezione planimetrica e sezione.

La *scaenographia* è l'elemento della *dispositio* dal significato più sfuggente ed ambiguo, sul quale non esiste l'unanimità fra i filologi che si occupano del testo vitruviano; e per quanto sia rischioso eseguire il parallelismo fra *scaenographia* e prospettiva, a meno di non commettere delle esose semplificazioni, possiamo comunque affermare che con questa parola Vitruvio si riferisce ad una branca della fisica, l'ottica, le cui ricadute pratiche nel progetto sono necessarie al fine di ottenere una progettazione legittima, adeguata rispetto al fenomeno della percezione.

La *scaenographia* è una parte della progettazione che si occupa di controllare l'aspetto finale di un edificio a partire da un “punto di vista” privilegiato: questo tipo di verifica consente al progettista di enfatizzare o mitigare l'effetto percepito attraverso strumenti di natura geometrica e grafica.

Il mondo ellenistico, con i suoi trattati e le sue prime operazioni di divulgazione aveva fornito a Vitruvio un ampio bacino di concetti e di termini dai quali attingere per dettare le norme alla base della progettazione consona e legittima del neonato Impero di Augusto; le triadi come quella appena ricordata sono un esempio evidente di questa matrice culturale che però

non si esaurisce con la *dispositio*. Infatti, i concetti più intimamente legati all'estetica, ai requisiti prestazionali, e alla razionale organizzazione del cantiere si esprimevano attraverso un'altra triade: *simmetria*, *eurithmia* e *decor*. La *simmetria* significa che la composizione generale dell'edificio è organizzata attraverso una griglia modulare che non va confusa con le misure *standard* del sistema antropometrico in uso presso i romani: un modulo è il prodotto dell'accorpamento di un numero determinato di *pedes*, *cubiti*, ecc. che l'architetto ha determinato attraverso un calcolo. L'obiettivo di tale operazione è quello di fornire un tracciato modulare in grado di facilitare il dimensionamento dell'edificio e delle sue parti. L'*eurithmia* si esprime grazie alla *simmetria*, poiché è il raggiungimento di un dimensionamento, di una composizione armonica fra le parti di un edificio. La griglia modulare facilita il compito dell'architetto, che però oltre a dimensionare gli spazi in pianta ed in alzato sulla base di specifiche esigenze funzionali, cerca di trovare un legame quantitativo fra queste misure sia lineari che di superficie. *Decor* è l'uso appropriato dei "generi" architettonici in relazione alla funzione di un edificio ed esprime quindi il criterio attraverso il quale l'architetto decide di impiegare nell'ambito delle soluzioni architettoniche di dettaglio, l'ordine ionico, il corinzio, e così via.

#### 4. Verso una metodologia integrata

Le ricadute di *dispositio*, *symmetria*, *eurythmia* e *decor* nell'ambito degli studi riguardanti l'architettura storica e gli spazi voltati in particolare, sono i più vari e possono essere sintetizzati come segue:

- la *dispositio* indica che il progetto è stato concepito sulla base di tre figure principali, *ichnographia*, *orthographia*, *scaenographia*: l'indagine di un modello digitale *reality-based* presuppone che l'utente individui una serie di piani, vettori e punti di riferimento, funzionali a rintracciare le sezioni che il progettista antico aveva disegnato per realizzare il proprio progetto sia in alzato che in pianta. La presenza di correzioni ottiche che si esprimono attraverso deformazioni o alterazioni percettive della forma di un manufatto sono invece il prodotto della *scaenographia*;
- la presenza di un modulo reiterato in tutte le parti di un edificio, sia in pianta sia in alzato è sostanziale per comprendere la composizione generale di un edificio o di un suo ambiente. Per individuare questa sorta di carta millimetrata che sarà riscontrabile nei disegni scaturiti da

*ichnographia* e *orthographia* sarà necessario convertire le misure dal sistema metrico decimale in quello antropometrico e di valutare attentamente il rapporto che questo ha con l'epoca di edificazione dell'edificio;

- individuare i singoli elementi costitutivi dell'*eurithmia* è di grande importanza in particolare per ipotizzare il dimensionamento complessivo delle parti mancanti di un edificio, poiché quello che non è più presente in alzato probabilmente sottostava ad una legge di proporzionalità che legava la pianta con la sezione, gli spazi pieni con quelli vuoti;

- le ricadute del *decor* rispetto alle indagini sugli edifici antichi è particolarmente importante nel caso di edifici che abbiano subito forti fenomeni di spoliazione o di degrado e che quindi non presentino *in situ* la decorazione architettonica che contribuiva a formarne l'immagine complessiva.

## 5. Casi di studio

### 5.1 La sala ottagonale delle Piccole Terme di Villa Adriana a Tivoli

La c.d. "sala ottagonale" delle Piccole Terme (Fig. 4) presenta una copertura parzialmente intatta che può fornire una possibile chiave di lettura per altri due edifici della Villa Adriana prodotti attraverso un'*ichnografia* simile. Gli alzati e le sezioni principali dell'aula sud della Piazza d'Oro e del padiglione di ingresso del portico dell'Accademia potrebbero aver presentato soluzioni analoghe a partire dal tracciato planimetrico concavo-convesso.

La sala ottagonale presenta significative porzioni della copertura ancora in buone condizioni, ma ad occhio nudo è assai difficile comprendere la natura morfologica di questo sistema voltato tanto singolare e per certi versi pionieristico. Come affermato dalla Dottoressa Elena Calandra, Soprintendente per i Beni Archeologici del Lazio, molti degli spazi voltati di Villa Adriana, in particolare quelli caratterizzati da cupole ad ombrello, sembrano trarre ispirazione da architetture effimere di origine orientale (Calandra E., 2013: 4-11) e probabilmente anche questa singolare cupola miracolosamente conservata potrebbe essere messa in relazione con tali influenze.

Il rilievo delle Piccole Terme è stato eseguito nell'ambito di una collaborazione scientifica fra varie università italiane<sup>6</sup>. Lo strumento utilizzato per il rilievo è un laser scanner Zoller+Frölich Imager<sup>®</sup> 5010, a variazione di fase. In seguito al processo di messa a registro, la nuvola di punti è stata esportata in formato .PTX verso il software Rapidform XOR3 della INUS Technology, dove le singole scansioni sono state integrate in un unico modello *mesh*.

Il modello *mesh* ad alto dettaglio ottenuto da rilievo laser scanner è servito come base per eseguire una serie di sezioni longitudinali e trasversali, definite grazie ad una applicazione di *reverse modelling* che permette di determinare con accuratezza la posizione e l'orientamento dei piani, che verranno impiegati per ricavare i riferimenti bidimensionali necessari nelle successive fasi di indagine.



**Fig. 4:** Porzione della volta in rovina della sala ottagonale delle Piccole Terme di Villa Adriana (Tivoli-RM).  
Foto di S. Bertacchi.

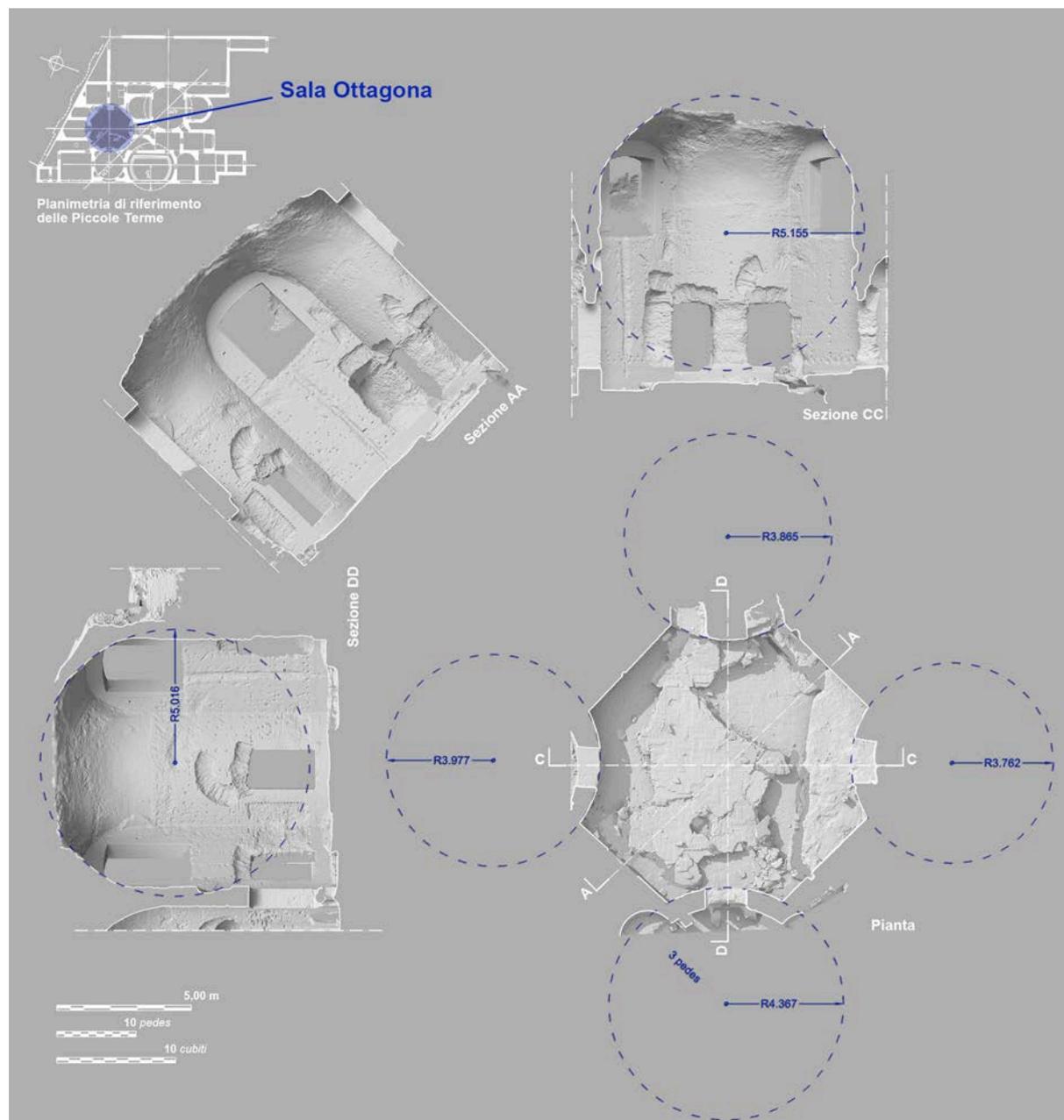
Data l'irregolarità della costruzione e le deformazioni presenti, le sezioni prese in considerazione sono di diverso tipo e corrispondono ad altrettanti scopi. Il primo tipo di

---

<sup>6</sup> Seminari di rilievo organizzati nell'anno accademico 2013-2014 dall'Università degli Studi di Firenze, Università di Pavia e dall'Alma Mater Studiorum-Università di Bologna.

sezione si riferisce ad un numero limitato di piani verticali, in rapporto con i concetti precedentemente espressi di *ichnographia* e *orthographia*. La seconda tipologia di sezioni è costituita da curve di livello, che dimostrano la propria efficacia per comprendere il generale andamento formale dell'intradosso nonostante i cospicui crolli che hanno interessato il cervello della volta.

Nella figura 5 si ha una rappresentazione sinottica della pianta e delle tre sezioni dell'edificio; in particolare le sezioni CC e DD tagliano la sala lungo le pareti curve dell'ottagono mistilineo, mentre la sezione AA taglia il modello attraverso le due pareti rettilinee ed è rivolta a Nord.



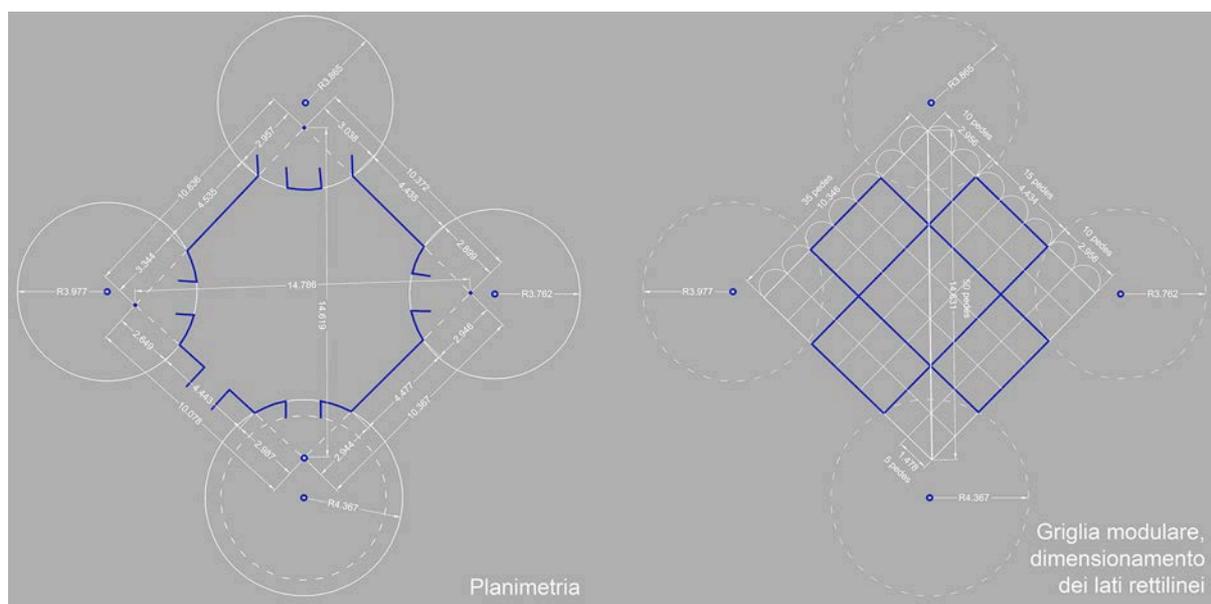
**Fig. 5:** Planimetria e sezioni principali della Sala Ottagona delle Piccole Terme.

La prima riflessione riguarda le due sezioni CC e DD, dato che lo stato di conservazione permette di ottenere mediante procedure di *reverse modelling* i due cerchi che meglio si approssimano alla superficie voltata (*best fitting*). Infatti, utilizzando gli strumenti semiautomatici messi a disposizione dal software, è stato possibile stabilire un'ipotesi sul dimensionamento degli spazi interni mediante il riconoscimento di misure complessive che gli architetti del tempo dovettero conferire alla sala ottagonata. Questi due cerchi, entrambi di raggio pari all'incirca a 17 *pedes* ( $\approx 5$  metri), hanno il centro posizionato alla stessa altezza della soglia inferiore delle quattro grandi finestre che illuminano l'ambiente; inoltre, i due

cerchi sono tangenti al piano di giacitura della pavimentazione originale (attualmente collassata). La sezione AA invece mostra la presenza di un andamento obliquo della copertura in corrispondenza della mezzeria della lunetta, in modo simile a quanto accadrebbe in una volta rialzata.

In pianta si nota come i quattro cerchi che approssimano le porzioni di pareti curve siano leggermente differenti, presentando raggi compresi tra 3,762 e 4,367 metri. Di fatto tre risultano abbastanza simili tra loro, con solo leggere difformità, mentre il cerchio che approssima la curvatura della muratura verso la sala circolare del *laconicum* ha dimensioni sensibilmente maggiori degli altri valori (Fig. 5).

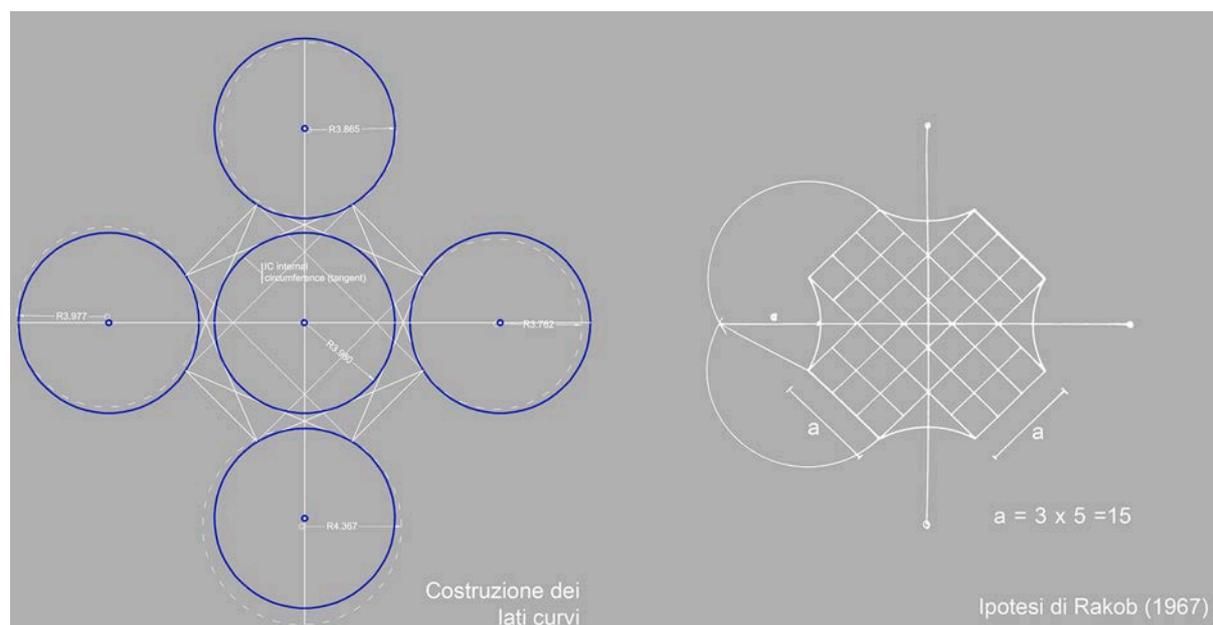
Tra gli studiosi che si sono occupati dello studio degli spazi mistilinei di Villa Adriana, prendendo in considerazione l'adozione di maglie modulari per la progettazione della pianta (*ichnographia*), Rakob (1967) e Ytterberg (2013, p. 127-154) hanno formulato interessanti ipotesi, che sono state confermate dalle misurazioni estratte dal modello ad alto dettaglio. Il modulo base infatti è pari a 5 *pedes* e venne utilizzato dai costruttori del tempo per l'edificazione della forma ottagonale in pianta, a partire da quadrati i cui lati misurano 35 *pedes* e con diagonale pari a 50 *pedes* (Fig. 6).



**Fig. 6:** Nuova ipotesi di dimensionamento per il progetto della planimetria della Sala Ottagonale.

Per la determinazione delle pareti curve invece sembra più plausibile una soluzione alternativa, dal momento che quella proposta da Rakob si scosta nettamente dai cerchi che meglio approssimano la reale costruzione.

Rakob suggerisce una costruzione geometrica semplice, basata su di un quadrato con lati uguali a 15 *pedes*, sebbene la media basata sulle approssimazioni automatiche dei cerchi ottenute dal modello si attesti su 13,5 *pedes* (Fig. 7-dettaglio di destra).



**Fig. 7:** A confronto lo schema di progettazione proposto nel presente contributo (a sinistra) e la griglia progettuale di 15 *pedes* per la progettazione della planimetria proposta da Rakob nel 1967 (a destra).

La costruzione geometrica proposta nel presente contributo si fonda su di un approccio differente, che prende in considerazione la possibilità che gli architetti dell'epoca potessero aver utilizzato in un primo momento una struttura modulare più generale, seguita poi da una serie di cerchi inscritti e di quadrati mutuamente ruotati, per certi versi simile a quella solitamente adottata nella progettazione dei teatri tramandataci da Vitruvio.

Questa ipotesi è illustrata nel dettaglio di sinistra della figura 7, e consiste nel connettere con una linea i vertici nei quali si intersecano i lati curvi con i lati rettilinei in maniera da disegnare due quadrati ruotati rispettivamente di 45°. La circonferenza tangente ai lati di entrambi i quadrati ha un raggio pari a 13,46 *pedes* che corrisponde ad una migliore approssimazione della media delle circonferenze rispetto all'ipotesi formulata da Rakob.

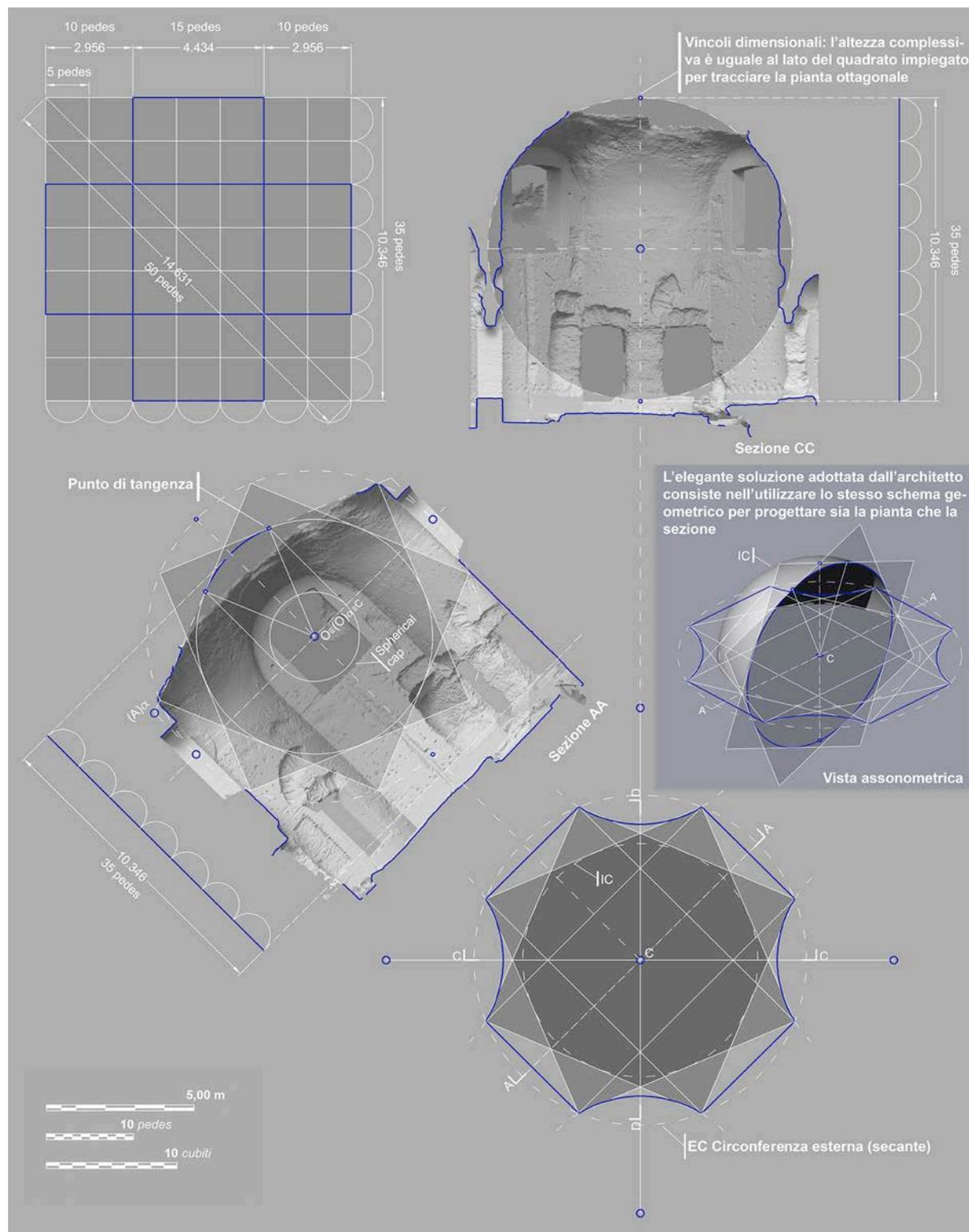
Per quanto riguarda l'*orthographia* della Sala Ottagona, devono essere messi in luce diversi aspetti significativi, *in primis* la proporzione esistente tra la misura verticale della sala, ottenuta dal modello tramite i cerchi di best fitting, e la griglia generale orizzontale adottata in planimetria (Fig. 8). Infatti il cerchio inscritto nella sezione della sala presenta un diametro di valore identico al lato del quadrato fondamentale, su cui è basata l'intera planimetria.

L'*ichnographia* e l'*orthographia* sono strettamente legate alla struttura modulare adottata dall'architetto e proprio come nel caso di altri edifici risalenti alla stessa epoca, ad esempio il Pantheon, aspira al compimento dell'*Eurithmia* attraverso una chiara modularità e semplici rapporti proporzionali.

Il risultato di tali ipotesi è ancora più significativo se si prende in considerazione la sezione AA. Questa seconda *orthographia* per essere compatibile con le precedenti (sezioni CC e DD) deve corrispondere con la quota di progetto di 35 *pedes*. Pertanto è possibile notare come gli stessi due quadrati utilizzati per la determinazione della forma dei lati incurvati possano offrire un ulteriore spunto per l'interpretazione del progetto originale. L'inclinazione rettilinea indicata nella sezione AA corrisponde con l'angolo formato dai lati dei due quadrati inscritti e ruotati nella circonferenza esterna (CE). Anche in questo caso il progetto sia in pianta che in alzato (e quindi in sezione) sono esplicitamente collegati da relazioni proporzionali.

Dunque può sembrare plausibile che il progettista possa aver utilizzato gli stessi schemi geometrici per la pianta e per gli alzati, ottenendo semplicemente la calotta sferica della sommità della cupola attraverso un rapporto di tangenza tra il cerchio interno (IC) ed i quadrati.

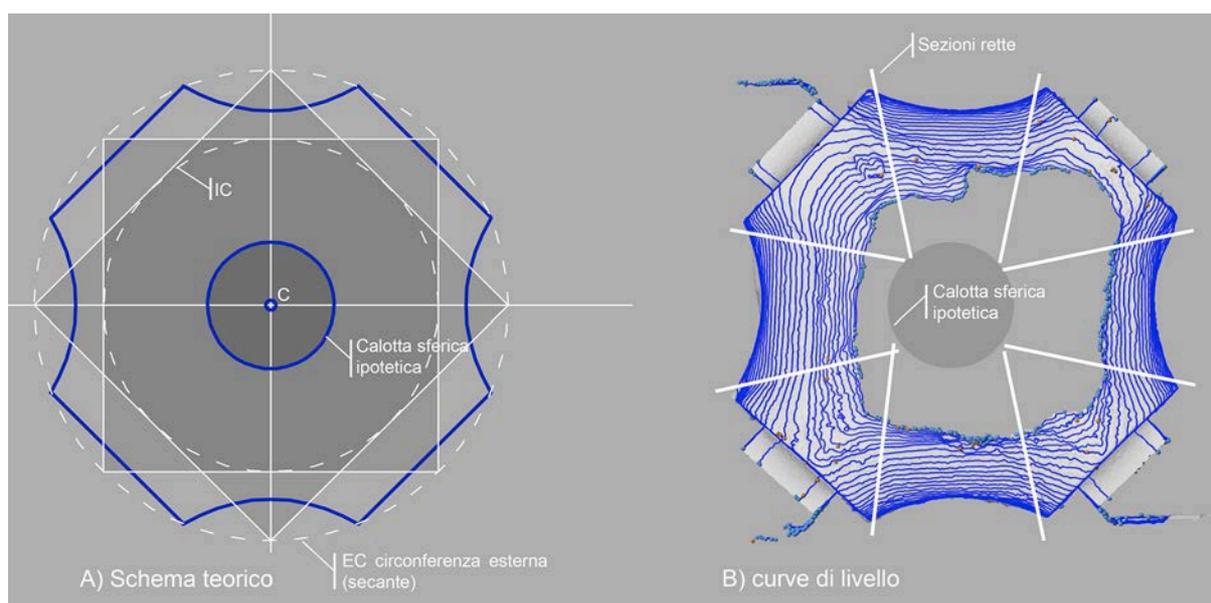
Nella vista assonometrica (Fig. 8) viene messo in evidenza tale ribaltamento; nonostante ciò ancora rimangono da chiarire altre questioni, prima fra tutte il modo con il quale gli architetti controllassero il passaggio dal profilo mistilineo dell'ottagono a quello circolare della calotta sferica. L'utilizzo di quadrati inscritti suggerisce che gli architetti del tempo volessero fare appello a qualche tipo di metodo di esaurimento al fine di risolvere tale trasformazione, ma in questa fase della ricerca sarebbe troppo azzardato formulare ipotesi in tal senso.



**Fig. 8:** Ipotesi di dimensionamento delle sezioni principali della Sala Ottagonale.

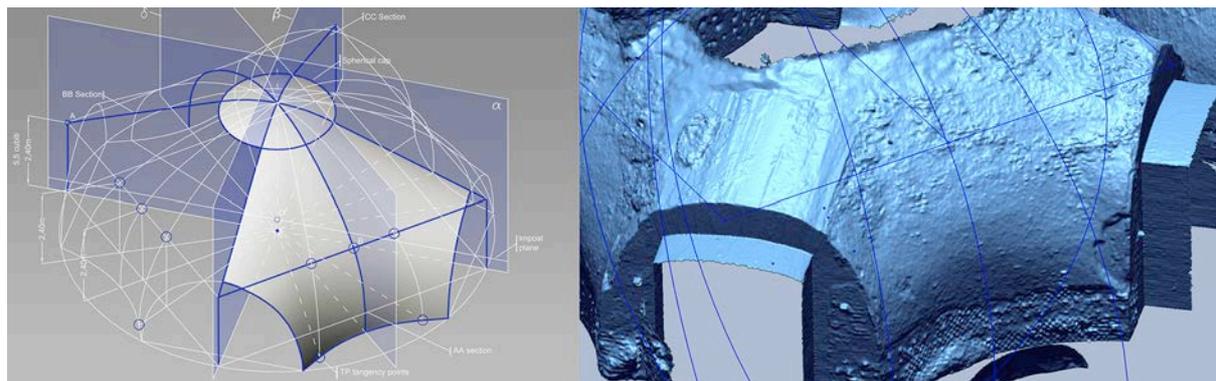
La questione è ulteriormente complicata dal fatto che la cupola non venne realizzata con una sufficiente perizia costruttiva e quindi ogni ipotesi ideale circa la raffinata geometria a questa sottesa risulterà difficilmente validabile attraverso gli strumenti di confronto fra *mesh*.

Al fine di ipotizzare una soluzione plausibile anche se non completa, è possibile considerare il set di curve di livello ottenute dal modello digitale ad alto dettaglio. Lo schema teorico presentato (Fig. 9-dettaglio A) ipotizza altri due quadrati inscritti tra le due circonferenze IC e EC. Una relazione geometrica di parallelismo con i lati di tali quadrati è verificabile attraverso l'osservazione dalle curve di livello (dettaglio B), mediante le quali è possibile comprendere che la continuità geometrica non è altro che un'abile illusione, dal momento che il passaggio da muri convessi a calotta sferica nella sommità della cupola è ottenuta attraverso l'utilizzo di semplici superfici rigate. Le curve direttrici di tali superfici, probabilmente delle policentriche, giacciono su otto piani verticali, non identificabili ad occhio nudo poiché non passano dai punti di discontinuità della planimetria, ovvero dai punti di passaggio da rettilineo a curvo (sezioni rette: Fig. 9-dettaglio B).

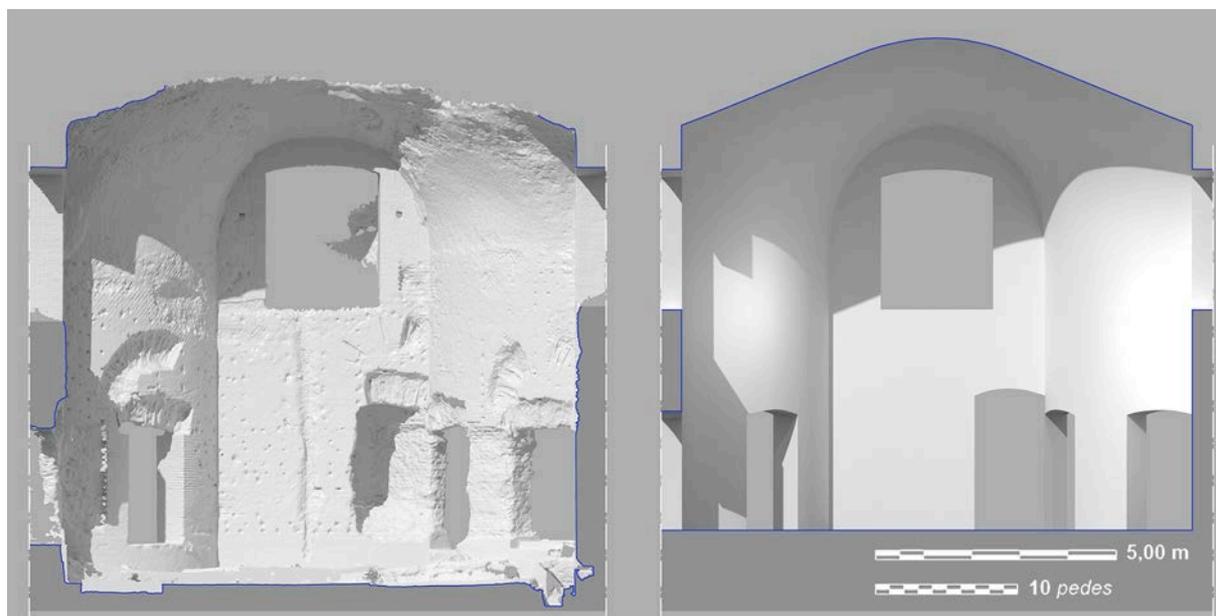


**Fig. 9:** Ricostruzione ipotetica di un settore voltato della sala.

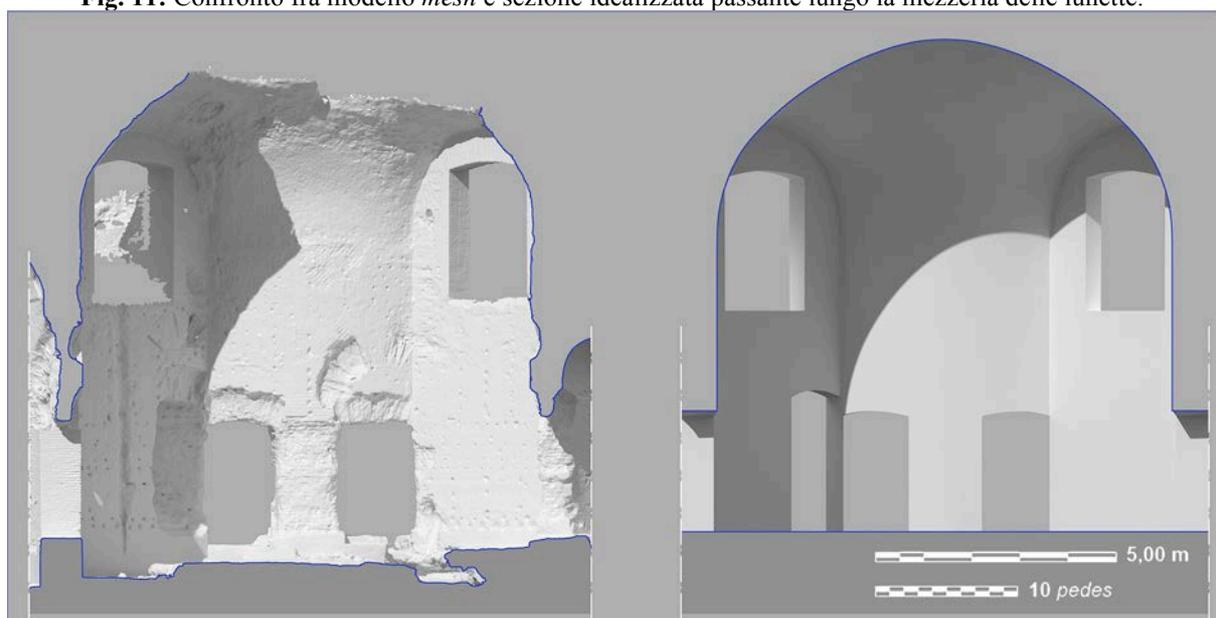
In figura 10 viene illustrato un possibile schema geometrico riassuntivo: a sinistra nell'ipotesi idealizzata e a destra sul modello mesh. Va notato che le curve appartenenti a piani verticali convergenti al centro della cupola passano tutte da una retta parallela ad uno dei lati dei quadrati ruotati e ciò avviene per ciascuno dei quattro spicchi.



**Fig. 10:** Costruzione della rete di curve.



**Fig. 11:** Confronto fra modello *mesh* e sezione idealizzata passante lungo la mezzera delle lunette.



**Fig. 12:** Confronto fra modello *mesh* e sezione idealizzata passante lungo la mezzera dei lati curvi della sala.

In conclusione si può affermare che gli architetti, al di là del valore di ipotesi che è possibile conferire al presente studio, vollero rappresentare attraverso questa cupola in *opus caementicium* uno spazio dall'andamento continuo ed indefinito, simile come si è precedentemente affermato ad una sorta di tenda come si è voluto rappresentare nella vista prospettica in figura 13.



**Fig. 13:** Vista interna dell'ipotesi ricostruttiva della Sala Ottagonale.

### *5.2 La cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze*

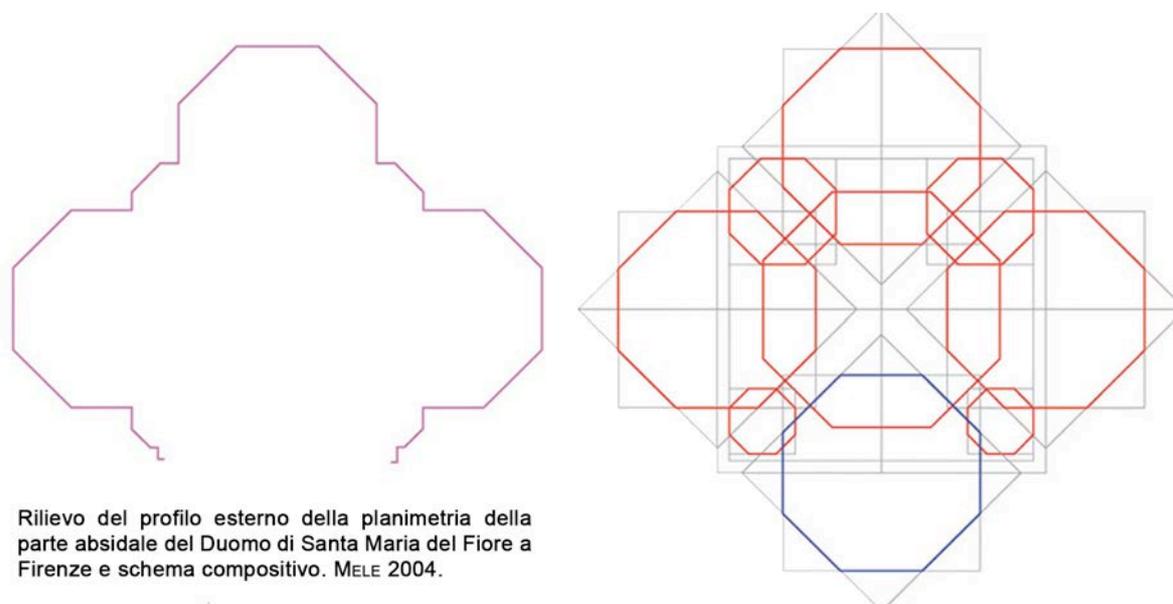
La chiesa di Santa Maria del Fiore rappresenta un interessante esempio di compagine voltata rinascimentale, che è emblematica per la particolarità e la dimensione raggiunta dalla struttura. Con la sua costruzione (1420 - 1436) terminarono i lavori del Duomo di Firenze, già iniziato più di un secolo prima e portato a compimento ad eccezione della sola cupola.

Filippo Brunelleschi fu incaricato del progetto, che eseguì in linea con i precetti stilistici stabiliti dalla commissione cittadina parecchi decenni prima e formalizzati in un modello costruito nel 1368 nei pressi del Campanile di Giotto e poi definitivamente nel modello del concorso del 1420.

Il vincolo iniziale per Brunelleschi riguardava da un lato il rispetto della conformazione proporzionale pensata per la grande struttura voltata, ma soprattutto del basamento ottagonale

di imposta della struttura, in evidente relazione formale con il vicino Battistero di San Giovanni. Dopo varie vicende storiche, variazioni al progetto e accidenti costruttivi l'architetto aveva a disposizione un impianto ad ottagono irregolare, con una differenza tra il lato del vano interno più lungo e quello più corto quantificabile in circa 62 cm (Corazzi R., Conti G., 2011, p. 96).

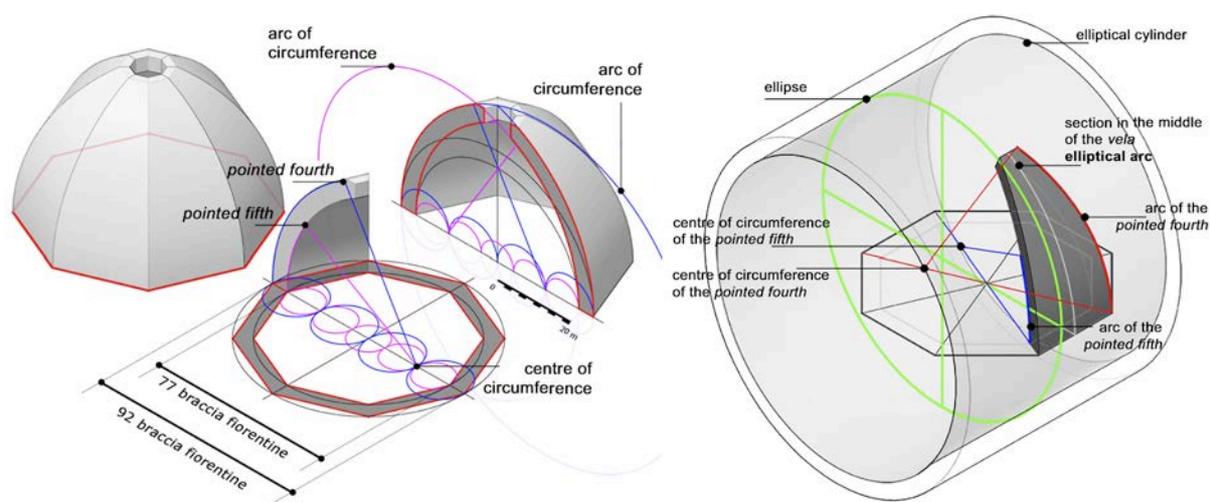
Nell'ottica del tempo la definizione di planimetria e alzati avveniva in momenti diversi della progettazione, principalmente a causa dell'arco di tempo molto esteso impiegato per l'edificazione di edifici monumentali di grandi dimensioni che avrebbero visto l'alternarsi di diverse generazioni di maestranze, anche se veniva definita a priori una matrice comune di proporzioni intercorrenti tra *ichnographia* e *orthographia*. A livello concettuale i ragionamenti di natura geometrica ed aritmetica, per la definizione della curvatura delle vele della cupola, si accompagnavano a livello costruttivo con griglie utilizzate a mo' di guida generale per la definizione dell'ottagono in pianta. Tali matrici compositive risultano applicabili a varie scale di dettaglio, poiché oltre a formar parte dell'estetica figurativa del tempo, erano traducibili in una serie di indicazioni geometriche e quantitative alla base dell'esecuzione e della pratica costruttiva (Fig. 14) (Mele G., 2004).



**Fig. 14:** Profilo e schema della parte absidale del Duomo di Firenze, studio compositivo (Mele G., 2004, p. 77).

Sin dalla sua costruzione e nei secoli successivi molti studiosi si sono interrogati sulla genesi geometrica e proporzionale della cupola, che segue la regola del quinto di sesto acuto per il

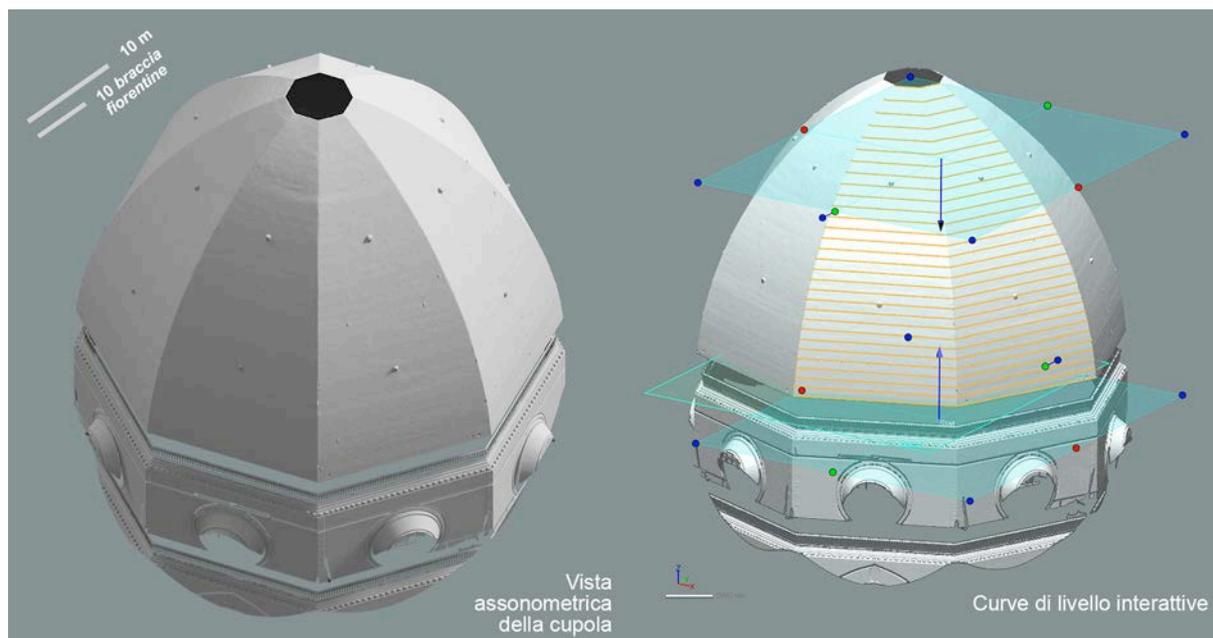
tracciamento del suo profilo intradossale e del quarto acuto per l'estradosso (Corazzi R., Conti G., 2011, p. 53) (Fig. 15). Oggi grazie agli avanzamenti tecnologici nel campo del rilievo e attraverso l'uso critico di modelli digitali 3D è possibile una documentazione accurata ed affidabile, oltre ad un'analisi in dettaglio della superficie intradossale delle vele, per poter proporre nuove interpretazioni e estendere le conclusioni non solo su sezioni puntuali ma su intere superfici interessate dal processo di modellazione.



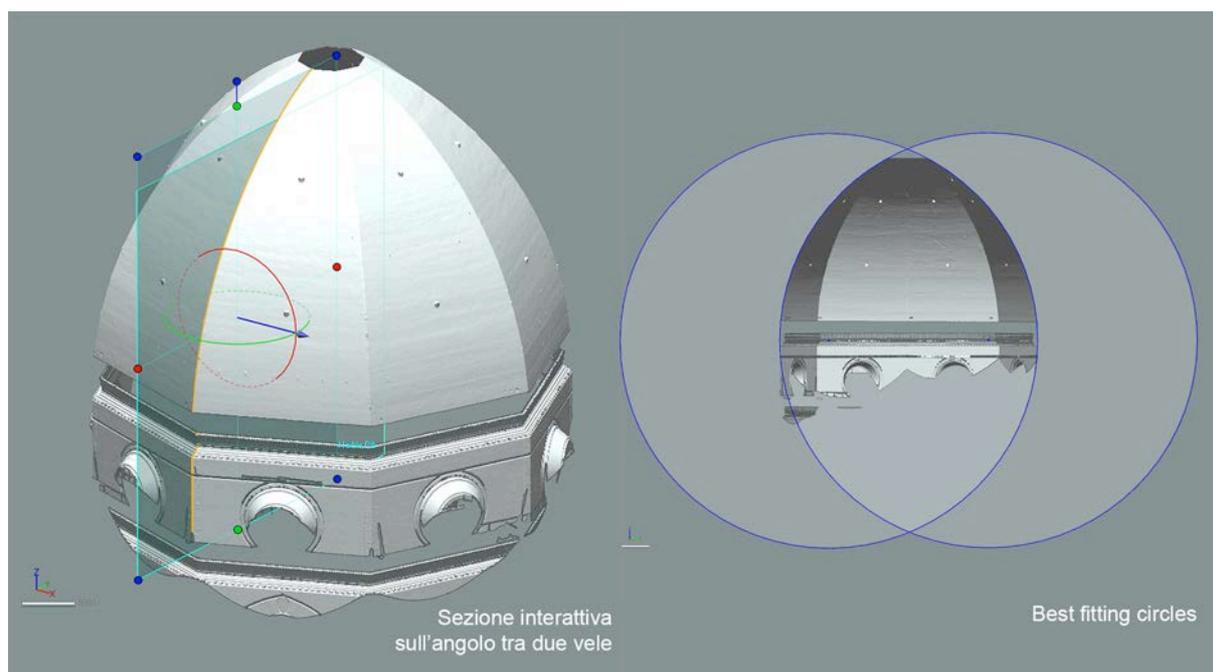
**Fig. 15:** Proporzioni del quarto e quinto acuto per il tracciamento del profilo della cupola del Brunelleschi e ipotesi di appartenenza della vela ad una superficie cilindrica a direttrice ellittica. Modelli di S. Bertacchi.

I dati metrici della cupola sono stati ottenuti attraverso un rilievo laser scanner 3D condotto da Geoarte S.T. A. nel 2006, che ha costituito il supporto per generare un modello poligonale ad alto dettaglio, da indagare grazie a strumenti di *reverse modelling* (Fig. 16-dettaglio di sinistra).

Dopo una necessaria fase di correzione degli errori topologici del modello *mesh*, attraverso l'operazione di ri-campionamento della *mesh* attraverso INUS Technology Rapidform XOR3, sono stati scelti elementi di riferimento per la generazione delle sezioni. In questo caso sono state ottenute delle sezioni orizzontali (Fig. 16-dettaglio di destra), per documentare l'andamento della superficie degli otto settori voltati che compongono la cupola, e degli elementi descrittivi ritenuti fondamentali, come la mezzeria delle vele e il costolone di intersezione tra le due (Fig. 17).



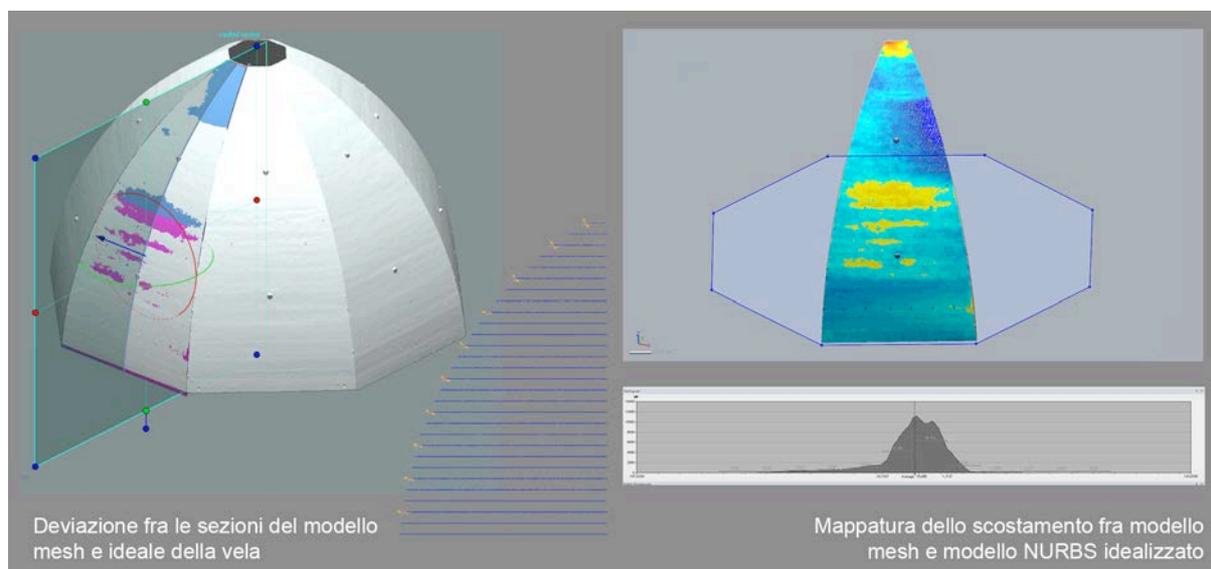
**Fig. 16:** Vista assonometrica del modello *mesh* dell'intradosso della cupola del Duomo di Firenze e sezioni interattive ottenibili mediante intersezione con piani di riferimento interattivi.



**Fig. 17:** Sezione interattiva del modello in corrispondenza di un costolone interno, nell'intersezione tra due vele e relative forme circolari che descrivono la sezione approssimate dal *software* per interpolazione automatica.

Un'importante considerazione riguarda la possibilità di poter indagare geometricamente, e anche quantitativamente, l'architettura oggetto di studio. Infatti, i programmi di *reverse modelling* possono confrontare la deviazione tra il modello numerico ottenuto dal rilievo e la superficie del modello matematico teorico generato con NURBS e solidi. Questo non avviene

solo puntualmente, ad esempio per le sezioni (Fig. 18-dettaglio di sinistra), ma può essere verificato su intere superfici. Su queste ultime è possibile visualizzare grazie a scale di colori calibrate l'andamento dello scostamento esistente fra la superficie teorica ed il modello ad alto dettaglio (Fig. 18-dettaglio di destra).



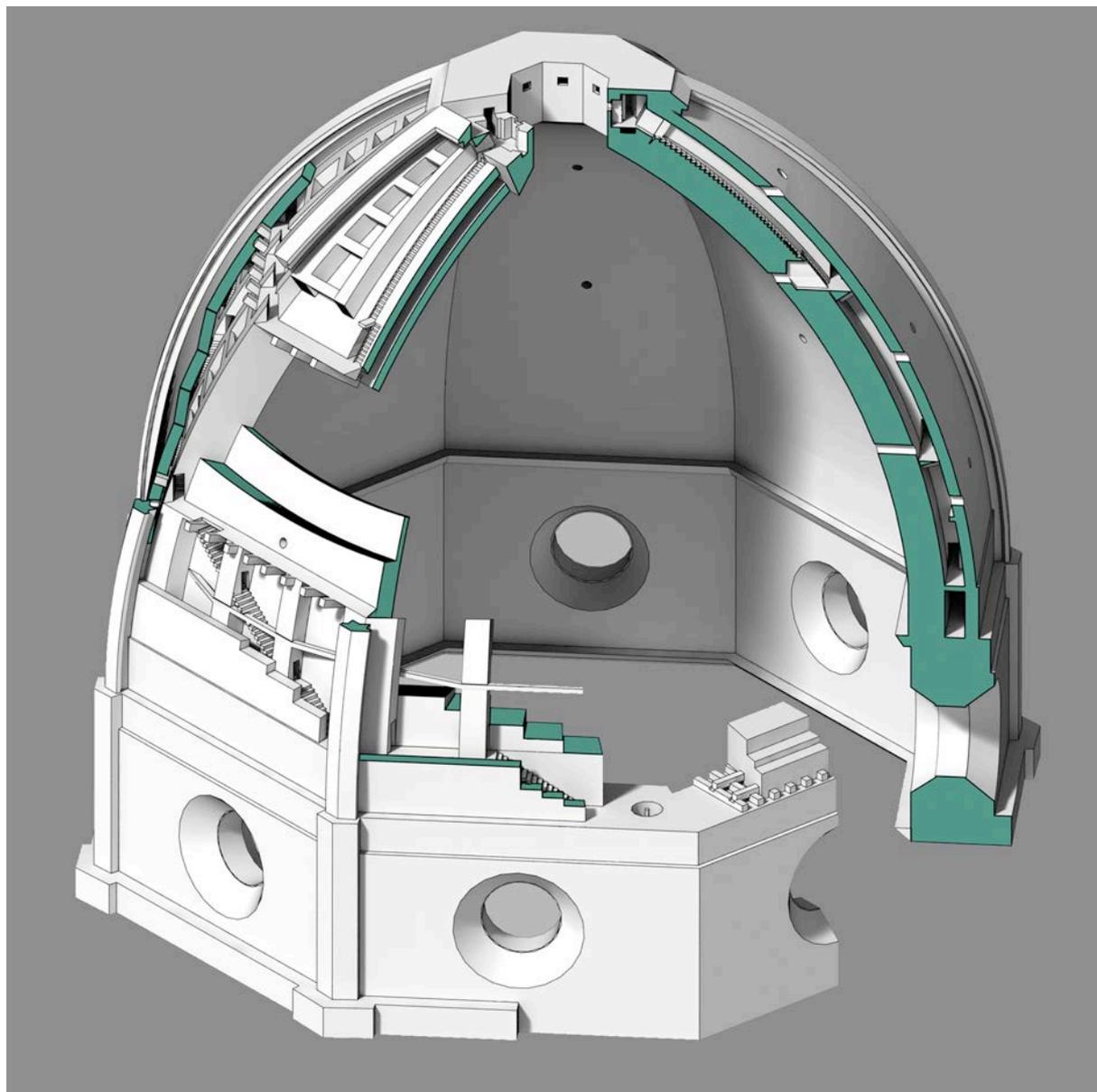
**Fig. 18:** A sinistra, distanza in millimetri tra la sezione di mezzeria di uno dei settori ottagonali e la superficie teorica. A destra, valori di deviazione tra modello numerico e matematico dell'intera vela, esemplificati in scala di colore (blu se negativo, rosso se positivo).

In questo modo, a partire da un rilievo dettagliato che rappresenta tutte le irregolarità presenti nella costruzione reale, può essere realizzata una stima corretta dell'andamento non uniforme della superficie, quantificandone l'aderenza al dato reale, e valutando pertanto la validità delle teorie proposte dagli studiosi sulle scelte costruttive di Brunelleschi.

Per il caso studiato, ad esempio, si nota chiaramente come, nell'ipotesi che la superficie della vela appartenga ad un cilindro ellittico (Corazzi R., Conti G., 2011, p.162-179), il valore medio di scostamento è pari a 15.495 mm, mentre il 79.42% dei campioni esaminati sulla superficie della vela, presenta uno scostamento compreso fra -32.10 e +1.11 mm.

L'applicativo di *reverse modelling* ha permesso anche il "ridisegno" delle sezioni rilevanti per il progetto ottenute dalla *mesh* attraverso cerchi di *best fitting*, che interpolano automaticamente le sezioni di *template* (riferimento) permettendo l'ancoraggio delle primitive direttamente sugli elementi della *mesh*. Per quanto riguarda le parti esterne non direttamente rilevate con apparecchi a sensori attivi, il modello concettuale è stato completato

con le informazioni desunte da altri rilievi strumentali, che presentavano dati metrici completi sulla struttura del monumento (Fig. 19).



**Fig. 19:** Spaccato assometrico del modello solido dell'intero complesso della cupola.

## 6. Conclusioni

Il presente studio fa parte di un tema di indagine più ampio che vede il gruppo di ricerca impegnato nello sviluppo di una griglia interpretativa generale per affrontare la genesi geometrica e costruttiva degli spazi voltati, in particolare quelli relativi all'architettura

imperiale romana e tardo antica. L'uso appropriato di applicativi informatici provenienti da ambiti professionali e di ricerca molto distanti rispetto ai Beni Culturali è stato oggetto di numerosi studi incentrati sulle tecniche di rilevamento, di restituzione ed interpretazione; in tal senso l'esempio in termini metodologici fornito dal caso studio di Pompei sull'uso dei modelli digitali 3D (Benedetti B., et al., 2010), così come la recente pubblicazione sugli spazi voltati di epoca rinascimentale in Spagna (Navarro Fajardo 2014) hanno fornito le linee guida per affrontare il presente contributo.

I sensori attivi hanno aperto la strada, insieme con i recenti avanzamenti del *software* di fotomodellazione, ad un nuovo modo per indagare le forme più complesse (per concezione o per stato di conservazione) mediante l'integrazione dell'affidabilità di tali apparecchi con il tipo di analisi morfologiche e metriche che da anni caratterizzano gli studi geometrici sulle volte. In questo caso però si è voluto rimarcare come l'apporto delle procedure tipiche del *reverse modelling* possa fornire una soluzione integrata in grado di facilitare la realizzazione di tre tipi di elaborati funzionali a questo genere di indagini:

- Indagine puntuale, da svolgersi attraverso sezioni specifiche di un manufatto.
- Generazione automatica di curve di livello basate su piani personalizzabili dall'utente.
- La determinazione dell'affidabilità del modello idealizzato (modellato mediante solidi o NURBS) rispetto al modello *mesh* da rilievo *laser scanner*.

Le procedure di *reverse modelling* rappresentano quindi il "ponte" ideale fra rilevamento e l'analisi geometrica in ragione della propria capacità di operare su di un doppio registro: quello della documentazione affidabile di sezioni e superfici, e quello della loro interpretazione attraverso curve e superfici primitive. In altri termini è possibile affermare che le tecniche di *re-design* dimostrano la propria efficacia anche in settori estremamente lontani in termini culturali e temporali come quello dei due esempi qui illustrati: ma a parte il lessico e l'interfaccia di questi applicativi, che evidentemente di molto si discostano dal lessico del rilevamento tradizionale e della geometria descrittiva, la sostanza delle operazioni non cambia, viene solo riscritta e attualizzata.

L'automazione fornita da tali strumenti è però un primo *step* che fa parte di un processo più articolato ed interdisciplinare, come già messo in luce da altri autori che proprio di cupole e di spazi voltati si sono occupati (Valenti G.M., 2009, p. 223; Adembri B., et al., 2014, p. 283-286). Teoria e tecnica progettuale forniscono pertanto le chiavi di lettura per comprendere gli obiettivi ed i metodi impiegati dagli architetti del passato, e in ultima analisi per ricostruirne

il percorso progettuale come già evidenziato da autorevoli studi rispetto ai quali il presente contributo intende allinearsi (Bartoli M.T., 1995). Tuttavia in questa sede si sono anche volute testare differenti metodologie di costruzione dei modelli digitali al fine di valutarne l'efficacia rispetto a temi differenziati, uno legato alla forma ottenuta attraverso una sorta di "stampo" come avviene nella cupola della sala ottagonale delle Piccole Terme e l'altra ottenuta mediante una "addizione" scrupolosa di materiali ed elementi costruttivi eterogenei, gerarchizzati e mutuamente connessi. Nel primo caso la sinergia fra tecniche di modellazione NURBS e SubD ha permesso di restituire la continuità geometrica "illusoria" prodotta dagli architetti antichi (*scaenographia*) che solo grazie ad una finitura di intonaco estremamente spessa (nell'ordine dei 10-12 cm) riusciva a mascherare la propria natura discontinua. Nel caso della Cupola di Santa Maria del Fiore la modellazione basata su solidi ACIS è stata scelta per riprodurre la gerarchia compositiva e strutturale della celebre cupola i cui elementi sono stati idealizzati seguendo un processo rigoroso di controllo dell'errore introdotto in modo tale da conoscere il *grado* di affidabilità del modello finale. Il ruolo di una analisi di tipo semantico applicata ad edifici così articolati e complessi non è quindi un semplice esercizio legato al riconoscimento di parti e di gerarchie al fine di una pianificazione dell'attività di modellazione, al contrario incide fortemente sul processo di verifica dell'affidabilità del modello e ne definisce gli estremi in termini di dettaglio e quindi le finalità.

#### RINGRAZIAMENTI

Il rilievo delle Piccole Terme fa parte di un progetto in corso che vede coinvolte l'Università di Firenze (Prof. S. Bertocci), l'Università di Pavia (Prof. S. Parrinello) e l'Università di Bologna (Prof. L. Cipriani e Prof. F. Fantini). La campagna di misurazione laser scanner (22-27 aprile 2014) è stata svolta in collaborazione con l'Arch. Sergio Di Tondo della ditta Microgeo S.R.L. (Campi Bisenzio, FI).

Sentiti ringraziamenti alle Dott.sse Elena Calandra e Benedetta Adembri della Soprintendenza per i Beni Archeologici del Lazio per la collaborazione e i suggerimenti utili per lo sviluppo della presente ricerca.

Ringraziamenti al Prof. Roberto Corazzi per i dati di scansione laser scanner 3D dell'intradosso della volta della chiesa di Santa Maria Novella di Firenze, rilievo svolto dalla ditta Geoarte S.T. A. nel 2006.

## REFERENCES

ADEMBRI, B., DI TONDO, S., FANTINI, F., RISTORI, F. (2014). *Casi di studio a partire da rilevamenti laser scanner a Villa Adriana: interdisciplinarietà ed integrazione dei metodi*. In: Calandra E., Ghini G., Mari Z. (a cura di). Lazio e Sabina. Lavori e Studi della Soprintendenza per i Beni Archeologici del Lazio. 10, Roma, 283-286.

ASCANI, V., (1997). *Il trecento disegnato, le basi progettuali dell'architettura gotica in Italia*. Viella: Roma.

AZARA, P. (a cura di), (1997). *Las casas del Alma, Maquetas arquitectónicas de la Antigüedad (5500 a.C. / 300 d.C.)*. Institut d'Edicions de la Diputació de Barcelona: Barcellona.

BARTOLI, M. T. (1995). *Scaenographia vitruviana: il disegno delle volte a lacunari tra rappresentazione e costruzione*. Disegnare. Idee e immagini, Vol. 9/10, 51-62.

BENEDETTI, B., GAIANI, M., REMONDINO, F. (2010). *Modelli digitali 3D in archeologia. Il caso di Pompei*. Edizioni della Normale: Pisa.

BRIVIO, E. (1993). *La fabbrica eterna, cultura, logica strutturale, conservazione delle cattedrali gotiche*. Diakronia: Vigevano.

CALANDRA, E. (2013). *Adriano princeps e committente*. Forma Urbis, 9 (Settembre): "Villa Adriana. Storia, Archeologia, Restauro e Conservazione".

CAPRINO, C. (1999). *Rinvenimenti a Villa Adriana (Tivoli)*, Vol. VI-1. G. Bretschneider editore: Roma.

CHOAY, F. (1986). *La regola e il modello: sulla teoria dell'architettura e dell'urbanistica*, Officina: Roma.

CORAZZI, R., CONTI, G. (2011). *Il segreto della Cupola del Brunelleschi a Firenze. The Secret of Brunelleschi's Dome in Florence*. Angelo Pontecorboli Editore: Firenze.

DI TONDO, S., FANTINI, F. (2012). *Gli ambienti a pianta centrale di villa Adriana: anticipazione di una nuova estetica*. Disegnare Con, 9 (giugno): Geometria e costruzione nella storia dell'architettura, 117-124.

FANELLI, G., FANELLI, M., (2004). *La Cupola del Brunelleschi. Storia e futuro di una grande struttura*. Mandragora: Firenze.

FANTINI, F. (2008). *Il modello di stadio da Villa Adriana, indagine su un progetto incompiuto*. Tesi di dottorato: Firenze.

GUASTI, C. (1857). *La cupola di Santa Maria del Fiore illustrata con i documenti dell'archivio dell'Opera Secolare: saggio di una compiuta illustrazione dell'opera Secolare e del Tempio di Santa Maria del Fiore*. Barbera, Bianchi: Firenze.

INGLESE, C. (2012). *All'origine del disegno architettonico esecutivo: Συγγραφαι (Syngraphai), Παραδειγμα (Paradigma) ed Αναγραφευζ (Anagrapheus)*. In: Carlevaris L., Filippa M. (a cura di). *Elogio della teoria, Identità delle discipline del disegno*. Atti del 34 Convegno internazionale dei docenti della rappresentazione. Gangemi: Roma, 275-283.

MANETTI, A. (1927). *Vita di Filippo di ser Brunellesco*. Rinascimento del libro: Firenze.

MELE, G. (2004). *Mesure et proportion dans la loge de la Signoria à Florence*. *Revue XYZ*, 98 (1° semestre 2004), 70-79.

NAVARRO FAJARDO, J. C. (2006). *Bóvedas de la arquitectura gótica valenciana. Traza y Montea*. Publicacions de la Universitat de València: Valencia.

NAVARRO FAJARDO, J. C. (2014). *Bóvedas valencianas. Arquitecturas ideales, reales y virtuales en época medieval y moderna*. Publicacions de la Universitat de València: Valencia.

POLLIONE, V. (2002). *Architettura: dai libri 1.-7*. Traduzione e commento di Silvio Ferri. Biblioteca universale Rizzoli: Milano.

RABUN, T. (2003). *Roman builders: a study in architectural process*. Cambridge University Press. Cambridge.

RAKOB, F. L. (1967). *Die Piazza d'Oro in der Villa Hadriana bei Tivoli*. Tesi di dottorato: Monaco.

RATHBONE, D. (2008). *Lives of Hadrian, from Cassius Dio and the Historia Augusta*, Pallas Athene: London.

SCOLARI, M. (2005). *Il disegno obliquo. Una storia dell'antiprospettiva*. Marsilio: Venezia.

QUINTAVALLE, A. C. (a cura di) (2002). *Medioevo, i modelli*. Electa: Parma.

VALENTI, G. M. (2009). *A Computing Model for the Pantheon's Cupola: From the Discrete to the Continuous. The Ideal Continuous Model*. In: Graßhoff G., Heinzelmann M., Wäfler M. (Eds.). *The Pantheon in Rome. Contributions to the Conference, Bern, November 9-12, 2006*. Bern Studies: Bern.

VASARI, G. (2009). *Le vite*. RL: Santarcangelo di Romagna.

YTTERBERG, M. R. (2013). *The Hidden Order of Hadrian's Villa, and the Order of Modern Architecture*. *Nexus Network Journal*, 15 (1), 127-154.